

Řešení úloh z TSP MU – SADY S₅

projekt RESENI-TSP.CZ

- úlohy jsou vybírány z dříve použitých TSP MU
- autoři řešení jsou zkušení lektori vzdělávací agentury Kurzy-Fido.cz

Masarykova univerzita nabízí uchazečům o studium zdarma stažení všech dosavadních variant TSP i s klíčem správných odpovědí, včetně e-learningového kurzu, na adrese <http://tsp.muni.cz>, kde mohou uchazeči o studium rovněž nalézt odkazy i na další služby poskytované Masarykovou univerzitou - Diskusní fórum pro uchazeče, Interaktivní online TSP, Často kladené dotazy, aj.

1. (úloha č. 42, varianta 01, ročník 2012)

Úloha je zaměřena na usuzování v predikátové logice.

Jaké znalosti a dovednosti jsou zapotřebí k řešení této úlohy?

- Porozumění větám, které obsahují kvantifikátory („každý, žádný, někdo, nikdo, ...“)

Postup řešení

Vzhledem k tomu, že každý z předmětů má právě jednu z vlastností: světlá/tmavá a právě jednu z vlastností velký/malý/střední, existuje (před tím, než vezmeme v úvahu podmínky 1. a 2. ze zadání) právě šest možností, „jaké mohou být vlastnosti předmětů v bedýnce“: světlý-velký, světlý-malý, světlý-střední, tmavý-velký, tmavý-malý, tmavý-střední.

Nyní budeme analyzovat podmínky ze zadání. Nejprve si objasňeme jejich význam.

Věta „Každý malý i každý velký předmět je tmavý.“ říká, že **neexistuje malý ani velký předmět, který by nebyl tmavý**, jinými slovy, ať si vezmeme jakýkoliv předmět, který je malý nebo velký, tak už musí být tmavý. Když tato podmínka platí, znamená to, že **malý předmět nemůže být světlý** a zároveň také to, že **velký předmět nemůže být světlý**.

Pokračujme dále. Věta „Žádný tmavý předmět v bedýnce není ani střední, ani velký.“ říká, že **neexistuje tmavý předmět, který by byl střední a neexistuje tmavý předmět by byl velký**.

Tyto informace si přehledně zaznamenáme do tabulky:

| | velký | malý | střední |
|--------|----------------------|----------------------|----------------------|
| světlý | neexistuje (věta 1.) | neexistuje (věta 1.) | |
| tmavý | neexistuje (věta 2.) | | neexistuje (věta 2.) |

V bedýnce tedy mohou být pouze předměty, které mohou být v zelených polích, zbylá pole jsme vyřadili. Vidíme např., že každý tmavý předmět v bedýnce je malý, dále že každý světlý předmět v bedýnce je střední, všechny střední předměty v bedýnce jsou světlé, v bedýnce nemohou být žádné velké předměty, všechny střední předměty jsou světlé atp.

V úloze ovšem určujeme tvrzení, které **nevyplývá** z uvedených informací. Je zřejmé, že tvrzení „Všechny předměty v bedýnce jsou střední nebo velké.“ ze zadání nevyplývá, neboť podle zadání mohou v bedýnce být malé tmavé věci. Čili na základě zadání **není pravda, že by všechny předměty v bedýnce musely být střední nebo velké**.

Správná odpověď je tedy a).

Řešení úloh z TSP MU – sady S₅

Tato sada je určen výhradně pro soukromé nekomerční využití.

Sada je šířena jako příloha emailového semináře Reseni-TSP.cz – umístit toto PDF na veřejný webový server je možné pouze se souhlasem autorů (Kurzy-Fido.cz / F solutions, s.r.o.)

Texty úloh jsou duševním vlastnictvím Masarykovy univerzity.

2. (úloha č. 43, varianta 01, ročník 2012)

Myšlenka úlohy odpovídá ideji používané v sudoku.

Jaké znalosti a dovednosti jsou zapotřebí k řešení této úlohy?

- Schopnost používat metodu rozboru případů

Postup řešení

Podívejme se nejprve na nejlevější otazník. Na jeho místo vybíráme některé z písmen **X, Y, Z, V**. Z nich budeme postupně vylučovat možnosti, které neodpovídají pravidlům popsaným v zadání. Vzhledem k tomu, že nejlevější otazník je v tučně vyznačené oblasti (čtverci 2x2) spolu s písmenem **Z**, určitě na místě otazníku **Z** být nemůže (ve čtverci 2x2 je každé písmeno právě jednou). V řádku s tímto otazníkem je **X**, ve sloupci s tímto otazníkem je písmeno **Y**, obě písmena tedy také musíme vyloučit. Jediné písmeno, které nám pro tuto pozici zbývá, je **V**. Prohlédnutím nabídnutých možností zjistíme, že existuje pouze jediná nabídnutá odpověď, která má na první pozici **V** – ta tedy musí být správnou odpovědí. (Toto je patrně nejrychlejší řešení – v případě, že bychom začali řešit od nejhornějšího otazníku, dospěli bychom taktéž ke stejnému řešení, ale trochu delší cestou.)

Obecná poznámka: v případě, že se řešení skládá z několika částí (např. určujeme čísla či písmena na místa několika otazníků, vždy po získání částečného řešení prohlédneme nabízené možnosti, abychom případně řešení ukončili v první chvíli, kdy je to jen možné).

Správná odpověď je tedy c).

3. (úloha č. 44, varianta 01, ročník 2012)

V úloze jde o to uvědomit si, která tvrzení na základě zadání platí nutně (tedy vyplývají) a která nikoliv.

Jaké znalosti a dovednosti jsou zapotřebí k řešení této úlohy?

- Schopnost analyzovat zadání a odvozovat z něj další nutně pravdivé závěry.
- Pochopení pojmu protipříklad.

Postup řešení

V úloze určujeme tvrzení, které nevyplývá z uvedených informací. Budeme tedy brát jedno tvrzení po druhém a zjišťovat, zda ze zadání vyplývá či nikoliv. Jakmile narazíme na první, které nevyplývá, ukončíme práci.

Podívejme se na tvrzení **a)**. Tvrzení se týká biologického kroužku, a podílu chlapců a dívek. Pětinu studentů 2.A tvoří chlapci, jinými slovy, chlapců je ve 2.A právě 20 procent. I kdyby **všichni** chlapci z 2.A chodili do biologického kroužku (do něhož chodí 80 procent všech studentů 2.A), zbývalo by v něm ještě stále dost dívek, aby tvrzení **a)** ze zadání vyplývalo. Proč? Předpokládáme totiž, že **počet chlapců v biologickém kroužku je právě 20 procent celkového počtu studentů** ve třídě a vzhledem k tomu, že počet studentů, kteří navštěvují biologický kroužek je 80 procent celkového počtu studentů, je zřejmé, že **počet dívek v biologickém kroužku musí být přesně 60 procent celkového počtu studentů** ve třídě 2.A. Tedy i v krajním případě, kdy jsou všichni chlapci v biologickém kroužku, je počet dívek v tomto kroužku 3x vyšší než chlapců. Tvrzení **a)** tedy vyplývá.

Pokračujme analýzou tvrzení **b)**. Toto tvrzení se dotýká jak matematického, tak biologického kroužku. Zadání ovšem neříká nic o tom, kolik studentů navštěvuje oba a kolik právě jeden z nich – nevíme, „jaký je překryv mezi těmito dvěma kroužky“. Je možné, že překryv je minimální, tj. 30

Řešení úloh z TSP MU – sady S₅

Tato sada je určen výhradně pro soukromé nekomerční využití.

Sada je šířena jako příloha emailové semináře Reseni-TSP.cz – umístit toto PDF na veřejný webový server je možné pouze se souhlasem autorů (Kurzy-Fido.cz / F solutions, s.r.o.)

Texty úloh jsou duševním vlastnictvím Masarykovy univerzity.

procent ($80 + 50 = 130$, čili 30 procent jsou „procenta nad stovku“, která tvoří překryv). Zadáni ale nevylučuje ani možnost, že by všichni, kteří chodí na matematický kroužek, byli zároveň i členy biologického kroužku. Čili studenti v matematickém kroužku by byli podmnožinou studentů v biologickém kroužku. V takovém případě by ovšem platilo, že by 50 procent studentů 2.A navštěvovalo jak matematický, tak biologický kroužek. Nelze tedy tvrdit, že by jich nutně muselo být právě 30 procent, jak nabízí odpověď **b)**. Mohlo by jich být totiž maximálně až 50 procent. Tato situace by byla *protipříkladem*, který dokazuje, že **b)** nevyplývá ze zadání.

Obecná poznámka: to, že nějaké tvrzení nevyplývá ze zadání znamená, že existuje situace, kterou zadání připouští (tj. nevylučuje), ve které ovšem dané tvrzení neplatí.

Správná odpověď je tedy b).

4. (úloha č. 45, varianta 01, ročník 2012)

Hlavní ideou úlohy je pojem tranzitivity v grafu.

Jaké znalosti a dovednosti jsou zapotřebí k řešení této úlohy?

- Schopnost pochopit podmínku zapsanou „formálnějším způsobem“
- Schopnost systematické práce

Postup řešení

Pokusme se objasnit, co znamená pojem tranzitivity. Nejvhodnější je, pokud si na kraj papíru nakreslíte tři body X, Y a Z a dvě šipky z X do Y a dále z Y do Z. Máme-li v celém diagramu pouze tyto tři body a dvě šipky, není samozřejmě pravidlo tranzitivity splněno. Museli bychom doplnit šipku vedoucí z X přímo do Z. Tranzitivita vlastně znamená: „dostanu-li se po šípkách z nějakého startu do nějakého cíle přes něco, musím tam mít i šipku přímou, ze startu do cíle“.

Pojďme tedy doplňovat chybějící šipky do grafu v zadání. Postupujme systematicky. Vezměme si bod A: z A se dostaneme po šípkách do E (tu tam máme rovnou, cesta z A do E nevede přes jiný bod), z A se ale po šípkách dostanu do F, ale šipku z A do F nemám, tedy musím jí doplnit, aby tranzitivita byla v této situaci splněna – pro konkrétní body A, E, F použijeme definici „Jestliže směřuje šipka z A do E a současně směřuje šipka z E do F, pak také směřuje šipka z A do F.“ Podobným způsobem postupuji dále: z A se dostanu do C přes F, čili z A se musím dostat do C i přímo. Doplnuji tedy šipku z A do C. Úplně stejným způsobem doplním šipku z A do D. Z bodu A se již jinam po šípkách nedostanu, tudíž mohu přejít na další bod, čili např. k B. Z B se dostanu po šípkách do E (šipka do A tam již byla), doplňuji tedy $B \rightarrow E$, atp.

Následující seznam ukazuje, které šipky jsme museli doplnit:

$A \rightarrow F$, $A \rightarrow C$, $A \rightarrow D$,
 $B \rightarrow E$, $B \rightarrow F$, $B \rightarrow D$,
 $E \rightarrow C$, $E \rightarrow D$,
 $F \rightarrow D$

Správná odpověď je tedy e).

5. (úloha č. 46, varianta 01, ročník 2012)

Jedná se u úlohu typu zebra.

Řešení úloh z TSP MU – sady S₅

Tato sada je určen výhradně pro soukromé nekomerční využití.

Sada je šířena jako příloha emailového semináře Reseni-TSP.cz – umístit toto PDF na veřejný webový server je možné pouze se souhlasem autorů (Kurzy-Fido.cz / F solutions, s.r.o.)

Texty úloh jsou duševním vlastnictvím Masarykovy univerzity.

Jaké znalosti a dovednosti jsou zapotřebí k řešení této úlohy?

- Schopnost zorientovat se sadě provázaných podmínek
- Schopnost postupovat metodou rozboru případů

Postup řešení

Začneme od poslední podmínky: Monika nemá v pokoji bonsaj. Musí ji tedy mít v pokoji Míša. Nyní se podívejme na fikus: kdyby jej měla v pokoji Monika, pak by kaktus a orchideu musela mít v pokoji Míša (která už má bonsaj). Tím bychom se ovšem dostali do sporu se zadáním, neboť víme, že Míša má v pokoji nejvýše dvě rostliny. Tudíž fikus musí mít v pokoji Míša. Tím je plně vyčerpána její kapacita, protože Míša může mít v pokoji rostliny pouze dvě.

Výsledné rozdělení tedy je: Míša – bonsaj, fikus; Monika – kaktus, orchidea, pelargonie.

V úloze hledáme tvrzení, jehož *nepravdivost* vyplývá z uvedených informací, jinými slovy to, které je určitě nepravdivé na základě zadání. Vidíme, že to je tvrzení „Míša má v pokoji kaktus“.

Správná odpověď je tedy d).

Řešení úloh z TSP MU – sady S₅

Tato sada je určena výhradně pro soukromé nekomerční využití.

Sada je šířena jako příloha emailového semináře Reseni-TSP.cz – umístění tohoto PDF na veřejný webový server je možné pouze se souhlasem autorů (Kurzy-Fido.cz / F solutions, s.r.o.)

Texty úloh jsou duševním vlastnictvím Masarykovy univerzity.