

Řešení úloh z TSP MU – SADY S₀

projekt RESENI-TSP.CZ

- úlohy jsou vybírány z dříve použitých TSP MU
- autoři řešení jsou zkušení lektori vzdělávací agentury Kurzy-Fido.cz

Masarykova univerzita nabízí uchazečům o studium zdarma stažení všech dosavadních variant TSP i s klíčem správných odpovědí, včetně e-learningového kurzu, na adrese <http://tsp.muni.cz>, kde mohou uchazeči o studium rovněž nalézt odkazy i na další služby poskytované Masarykovou univerzitou - Diskusní fórum pro uchazeče, Interaktivní online TSP, Často kladené dotazy, aj.

1. (úloha č. 51, varianta 01, ročník 2011)

Víme, že dvě třetiny trasy z A do B měří na mapě s měřítkem 1 : 750 000 právě 4 cm. Otázka zní, kolik měří POLOVINA trasy z A do B na mapě, která má měřítko 1 : 250 000.

Jaké znalosti a dovednosti jsou zapotřebí k řešení této úlohy?

- **Znalost práce s poměry/měřítky:**
Měřítko 1 : 750 000 znamená, že 1 cm na mapě měří 750 000 cm ve skutečnosti.
- **Počítání se zlomky**

Postup řešení

Máme dvě mapy příslušné oblasti: „méně podrobnou“ mapu s měřítkem 1 : 750 000 a druhou, „podrobnější“, s měřítkem 1 : 250 000. Uvědomíme si, v jakém vztahu tyto dvě mapy jsou. **Jeden centimetr na „méně podrobné“ mapě odpovídá třem centimetrům na „podrobnější“ mapě.**

(Vysvětlení: 1 centimetr na mapě s měřítkem 1 : 750 000 odpovídá 750 000 cm ve skutečnosti. V případě mapy s měřítkem 1 : 250 000 je jeden centimetr na mapě 250 000 cm ve skutečnosti, 2 cm na mapě 500 000 cm ve skutečnosti a 3 cm na mapě 750 000 cm ve skutečnosti, čili pokud tyto poznatky dáme dohromady, zjistíme, že 1 cm na mapě s měřítkem 1 : 750 000 odpovídá 3 cm na mapě s měřítkem 1 : 250 000.)

Dvě třetiny trasy z A do B měří 4 cm na mapě s měřítkem 1 : 750 000, čili 12 cm na mapě s měřítkem 1 : 250 000. Třetina trasy z A do B měří na této „podrobnější“ mapě 6 cm a celá trasa z A do B měří 18 cm. V úloze nás zajímá délka poloviny trasy z A do B na této mapě, což je

$$9 \text{ cm} = 90 \text{ mm.}$$

Správná odpověď je tedy c).

2. (úloha č. 52, varianta 01, ročník 2011)

Víme, že Mirek s Matějem měli oba dohromady 200 Kč, každému z nich dohromady zbylo 20 Kč. Dále víme, že Mirek utratil o 40 korun více než Matěj. Jaký byl poměr částky, kterou měl Mirek NA ZAČÁTKU k částce, kterou měl Matěj na začátku?

Jaké znalosti a dovednosti jsou zapotřebí k řešení této úlohy?

- **Schopnost převést slovní zadání do matematické podoby**
- **(Znalost a dovednost řešit jednoduchou soustavu dvou rovnic o dvou neznámých.)**

Vybrané úlohy z TSP MU, sada S₀

Tato sada je určen výhradně pro soukromé nekomerční využití.

Sada je šířena jako příloha emailového semináře Reseni-TSP.cz – umístít toto PDF na veřejný webový server je možné pouze se souhlasem autorů (Kurzy-Fido.cz / F solutions, s.r.o.)

Texty úloh jsou duševním vlastnictvím Masarykovy univerzity.

Postup řešení

Každému z nich zbylo 20 Kč, čili 40 Kč zbylo oběma dohromady. Na začátku měli dohromady 200 Kč, čili oba dohromady museli utratit 160 Kč. Mirek utratil o 40 Kč více než Matěj. Hledáme tedy dvě čísla, jejichž součet je 160 a rozdíl 40. Je patrné, že to může být jen dvojice čísel 100 a 60, ($100 + 60 = 160$, $100 - 60 = 40$).

Pokud by nás tato dvojice nenapadla, mohli bychom si sestavit jednoduchou soustavu dvou rovnic o dvou neznámých:

$$\text{Mirkova_útrata} + \text{Matějova_útrata} = 160,$$

$$\text{Mirkova_útrata} - \text{Matějova_útrata} = 40$$

Sečtením obou rovnic získáme rovnici:

$$2\text{Mirkova_útrata} = 200, \text{ čili}$$

$$\text{Mirkova_útrata} = 100, \text{ a tedy Matějova_útrata} = 60.$$

Na začátku tedy musel mít Mirek $100 + 20 = 120$ Kč a Matěj $60 + 20 = 80$ Kč.

Poměr částky, kterou měl Mirek na začátku ku částce, kterou měl Matěj na začátku, byl roven

$$120 : 80, \text{ což je } 12 : 8, \text{ což je } \mathbf{3 : 2}.$$

Správná odpověď je tedy a).

3. (úloha č. 42, varianta 01, ročník 2009)

V úloze jde o rozdělení třiceti kuliček (beze zbytku) do sáčků po sedmi a po čtyřech.

Jaké znalosti a dovednosti jsou zapotřebí k řešení této úlohy?

- Schopnost řešit úlohu rozbořením případů.

Postup řešení

Rozebereme jednotlivé možnosti. Mohl by mít Pepík pouze jeden sáček po sedmi kuličkách a zbylé po čtyřech? Ne, protože $30 - 7 = 23$ kuliček nelze dělit čtyřmi beze zbytku. Pokračujme dále. Mohl by mít Pepík dva sáčky po sedmi a zbylé kuličky v sáčcích po čtyřech? Ano, protože

$$7 + 7 + 4 + 4 + 4 + 4 = 30.$$

Prozkoumejme ještě zbylé možnosti. Právě tři sáčky po sedmi mít nemohl, protože $30 - 21$ je liché číslo, které zajisté nebude dělitelné čtyřmi. Přesně čtyři sáčky po sedmi rovněž ne, protože v tom případě by mu zbývaly už jen dvě kuličky.

Vidíme tedy, že jediný způsob, jak rozdělit kuličky do sáčků po sedmi a po čtyřech je ten, že Pepík má dva sáčky po sedmi a čtyři sáčky po čtyřech kuličkách, což dává dohromady 6 sáčků.

Správná odpověď je tedy c).

4. (úloha č. 43, varianta 01, ročník 2009)

V úloze jde o určení toho, o kolik je můj bratr mladší, vím-li, že přičtu-li ke svému věku dvojnásobek věku mého bratra, získám číslo o devět větší, než je rozdíl našeho stáří.

Vybrané úlohy z TSP MU, sada S₀

Tato sada je určen výhradně pro soukromé nekomerční využití.

Sada je šířena jako příloha emailového semináře Reseni-TSP.cz – umístít toto PDF na veřejný webový server je možné pouze se souhlasem autorů (Kurzy-Fido.cz / F solutions, s.r.o.)

Texty úloh jsou duševním vlastnictvím Masarykovy univerzity.

Jaké znalosti a dovednosti jsou zapotřebí k řešení této úlohy?

- Schopnost převést slovní zadání do podoby rovnice
- Znalosti úprav rovnic

Postup řešení

Úloha vede na sestavení rovnice. Označme si písmenem M můj věk, písmenem B věk mého bratra. Součet mého věku a dvojnásobku věku mého bratra tedy můžeme zapsat jako výraz $M + 2B$. Rozdíl mého stáří a stáří mého bratra odpovídá výrazu $M - B$. Dále víme, že $M + 2B$ je číslo o devět větší než $M - B$. Dostáváme tedy rovnici

$$M + 2B = (M - B) + 9$$

Tu můžu následně upravit do tvaru

$$3B = 9, \text{ čili } B = 3.$$

Všiměme si, že M , tedy můj věk, se na levé a pravé straně rovnice odečetl a v rovnici nezůstal. Znamená to, že hodnota M může být libovolná. Vyzkoušejte si, že podmínka: „Přičtu-li ke svému věku dvojnásobek věku mého bratra, získám číslo o devět větší, než je rozdíl našeho stáří“ bude fungovat jak např. u dvojice věků $M = 30, B = 3$ (roky) tak třeba u dvojice $M = 10, B = 3$ (roky). Z rovnice jsme jednoznačně určili věk mého bratra, nicméně na M nejsou kladeny žádné podmínky. Rozdíl našeho stáří, čili o kolik je můj bratr mladší, **nelze na základě zadání určit**.

Správná odpověď je tedy e).

5. (úloha č. 41, varianta 03, ročník 2012)

V úloze je naším cílem určit, kdo z bratrů je poctivec a kdo padouch, víme-li, že prohlásili:

Pat: Oba jsme padouši.

Mat: Jsem poctivec.

Jaké znalosti a dovednosti jsou zapotřebí k řešení této úlohy?

- Schopnost řešit úlohu metodou rozboru případů
- Znalost negací výroku

Postup řešení

Úloha není tak náročná jak se jeví. Řada uchazečů má pocit, že úlohy s poctivci a padouchy jsou extrémně náročné, nicméně uvidíte, že to neodpovídá skutečnosti.

Budeme postupovat metodou rozboru případů: nejprve budeme předpokládat, že Pat je poctivec a budeme zkoumat důsledky. Pokud dojdeme ke sporu, bude to znamenat, že Pat poctivcem být nemůže. Pokud ke sporu nedojde, budeme vědět, že Pat poctivcem být může.

Následně budeme rozebírat důsledky předpokladu, že Pat je padouch. A opět budeme zkoumat, zda se dostaneme či nedostaneme do sporu.

- I. **Předpokládejme tedy, že Pat je poctivec.** Poctivci pronášejí pouze pravdivé věty, tedy muselo by platit právě to, co pronesl, což je věta „Oba jsme padouši“. To ovšem v situaci, kdy předpokládáme, že Pat je poctivec, vede ke sporu. Tento případ (Pat je poctivec) tedy nemůže nastat.
- II. **Předpokládejme, že Pat je padouch.** Padouši pronášejí pouze nepravdivé věty, čili věta „Oba jsme padouši“ musí být nepravdivá, čili platí negace této věty. Negace této věty má

Vybrané úlohy z TSP MU, sada S₀

Tato sada je určen výhradně pro soukromé nekomerční využití.

Sada je šířena jako příloha emailového semináře Reseni-TSP.cz – umístit toto PDF na veřejný webový server je možné pouze se souhlasem autorů (Kurzy-Fido.cz / F solutions, s.r.o.)

Texty úloh jsou duševním vlastnictvím Masarykovy univerzity.

vyjádřit, že věta „Oba jsme padouši“ neplatí. To znamená, že negací bude věta: „Aspoň jeden z nás není padouch.“ – ta má platit. Vzhledem k předpokladu, že Pat je padouch, musí tím, kdo není padouch (o němž se mluví ve zmíněné negaci), být Mat. Ke sporu se takto ale nedostaneme, čili tato situace může nastat.

Závěr: Pouze předpoklad, že Pat je padouch, nevede ke sporu, čili tato situace musí nastat. V této situaci je Mat poctivcem.

Správná odpověď je tedy b).

Vybrané úlohy z TSP MU, sada S₀

Tato sada je určen výhradně pro soukromé nekomerční využití.

Sada je šířena jako příloha emailového semináře Reseni-TSP.cz – umístit toto PDF na veřejný webový server je možné pouze se souhlasem autorů (Kurzy-Fido.cz / F solutions, s.r.o.)

Texty úloh jsou duševním vlastnictvím Masarykovy univerzity.